**Le cycle des quintes, 2500 ans après Pythagore.**

Il est tout à fait étonnant qu'une théorie musicale, vieille de plus de 2000 ans, demeure d'actualité de nos jours. Attribué aux disciples de l'école de Pythagore, le cycle des quintes n'a, de fait, pas fini d'éclairer notre compréhension de la justesse musicale. Mais au fait, de quoi s'agit-il ?

Dès l'antiquité, on a identifié deux règles de la consonance au moyen d'une corde tendue entre ses extrémités. En langage moderne, si on pince cette corde à vide, on entend un son fondamental de fréquence, f. Et si on raccourcit la corde de moitié, on entend un nouveau son, plus aigu, de fréquence double, qui sonne comme le précédent mais à l'octave. De même, si on raccourcit la corde aux 2/3, on entend un son intermédiaire dans le rapport de fréquence, 3/2, dit à la quinte. Ces deux sons, à l'octave et à la quinte, sont particulièrement consonants avec le son de départ. Les physiciens expliquent cette consonance par l'absence de battement.

Le battement est un phénomène bien connu en acoustique et il se produit, en particulier, dans deux cas de figures :

1. Lorsque deux sons de fréquences trop proches sont émis simultanément, ils font entendre un son moyen dont l'amplitude oscille à une fréquence égale à la différence des fréquences superposées. Ce battement sonne désagréablement à l'oreille lorsque sa fréquence se situe entre 5 et 30 Hz, les valeurs exactes variant avec la tolérance de chaque individu. Voici l'exemple de deux sons de fréquences voisines, présentés d'abord séparément puis simultanément; ils correspondent à l'enchaînement do - ré bémol, formant un intervalle de seconde mineure, classiquement catalogué comme dissonant. Celui que vous allez entendre bat à environ 15 Hz, autrement dit 15 fois par seconde : Ex1\_doreb.wav.

Le battement cesse d'être perçu si les fréquences sont éloignées, par exemple dans le cas de deux notes situées à une quinte de distance, ici do et sol : Ex2\_dosolpyth.wav.

2. Toutefois le battement peut resurgir si, pour une raison ou une autre, ce rapport de quinte, 3/2, n'est pas exactement respecté. Pour le comprendre, il convient de rappeler que lorsqu'un instrument émet un son de fréquence, f, il émet, généralement simultanément, une infinité de sons harmoniques de fréquences multiples, 2f, 3f, etc, qui en façonnent le timbre sans altérer sa hauteur. Le point important est que le battement ne concerne pas seulement les fréquences fondamentales, il peut aussi se produire entre deux composantes harmoniques de rangs différents : si deux notes ne sont qu'approximativement à la quinte, le 3ème harmonique de l'une (de fréquence disons 3f1) peut battre avec le 2ème de l'autre (de fréquence 2 f2), précisément parce que 3f1 n'est pas rigoureusement égal à 2 f2 mais en est proche, d'où le battement. Voici un enchaînement do - sol, où le sol a été volontairement faussé d'un neuvième de ton; on entend un battement à 10 Hz environ : Ex3\_dosolfaux.wav.

Dans tous les cas de battements, la gêne ressentie est à rapprocher de celle que l'oeil éprouve quand il est soumis à la pulsation d'une lumière stroboscopique. C'est d'ailleurs en écoutant les battements et en les faisant disparaître qu'on accorde un instrument de musique. Au sein de l'orchestre, l'accord se fait théoriquement entre tous les instruments avec, fort heureusement, une tolérance au sein d'un même pupitre, rendue possible par l'effet de lissage moyen.

L'école de Pythagore a construit son modèle musical sur l'octave et la quinte parfaites et le Moyen-Age l'a adopté. Vers l'an 900, une polyphonie rudimentaire est née, obtenue en doublant à la quinte la voix principale issue du chant grégorien, c'est la diaphonie par quintes parallèles. Voici l'exemple de ce Pange Lingua, interprété par l'ensemble Witiza (Ex4\_Pange\_Lingua). Ce principe de redoublement, note contre note, n'avait rien de bien savant : après tout, il se rencontre aussi bien lorsqu'une assemblée faite d'hommes, de femmes et d'enfants, croient entonner un chant à l'unisson alors qu'ils chantent chacun dans leur tessiture, à l'octave ou à la quinte précisément.

L'idée de privilégier les sons présentant des rapports de fréquences simples, 2/1 (pour l'octave) et 3/2 (pour la quinte), convenait à l'école pythagoricienne qui y voyait un signe d'harmonie par les nombres entiers 1, 2 et 3. Mais on saisit immédiatement la fragilité d'une théorie de ce genre. Par exemple, elle ne s'intéresse pas au rapport 5/4, à peine moins simple et qui correspond à ce que nous appelons une tierce (majeure). La note pythagoricienne qui s'en approche le mieux est un "mi" que l'on l'obtient par un enchaînement de 4 quintes, abaissées de deux octaves. Voici comment on procède : on part d'un do de fréquence, f; quatre quintes plus haut nous mènent à la fréquence 3/2 x 3/2 x 3/2 x 3/2, soit 81/16 fois la fréquence de base f. 81/16 n'étant pas compris entre 1 et 2, il est clair qu'on est sorti de l'octave de référence mais on peut y revenir en divisant 81/16 par 4, ce qui donne 81/64, soit le rapport entre le mi pythagoricien et le do initial. Le problème est que ce mi pythagoricien n'est pas exactement égal à la tierce cherchée car le rapport fréquentiel 81/64 est proche de 5/4 mais ne lui est pas tout à fait égal. L'écart, valant 1/64ème, n'est pas énorme mais il suffit pour que ce mi pythagoricien sonne légèrement faux à cause d'un battement que détectent les oreilles exercées. Voyez ou plutôt écoutez si les vôtres détectent ce battement dans l'intervalle pythagoricien do-mi : (Ex5\_domipyth.wav).

En Angleterre, vers l'an 1100, il était courant de doubler le plain chant par les tierces plutôt que par les quintes. Ce procédé, connu sous le nom de gymel, a été popularisé par John Dunstable mais c'est une œuvre de son contemporain, Leonel Power, que je vous propose d'écouter, à présent, le motet Beata Progenies. Il est interprété par l'ensemble Pro Cantione Antiqua, dirigé par Bruno Turner (Ex6\_Beata Progenies.wav). Dunstable a exercé une influence profonde sur l'école franco-flamande de Guillaume Dufay : les tierces, d'abord considérées comme dissonantes, ont progressivement trouvé leur place sur le continent et les oreilles s'y sont habituées jusqu'à y prendre plaisir.

Toutefois, cette avancée a connu un frein à la fin de la Renaissance. Engagée dans la Contre-Réforme, la papauté s'est en effet émue des libertés que prenaient de plus en plus les musiciens d'église, transformant l'exercice du culte en terrain d'expérimentations artistiques. L'idée a pris corps de remplacer les tierces pythagoriciennes légèrement fausses par des tierces aussi pures que l'étaient les quintes et les octaves. Et c'est à ce stade que les scientifiques sont intervenus, tout heureux de prêter leur savoir à la construction d'une gamme qu'ils promettaient définitivement harmonieuse. Nous la connaissons sous les noms de gamme des physiciens ou gamme de Zarlino, un musicien qui fut parmi les premiers à l'utiliser. Ecoutons un motet de ce Gioseffo Zarlino, extrait du Canticum Canticorum Salomonis; c'est l'ensemble Plus Ultra qui est à la manœuvre, dirigé par Michael Noone (Ex7\_Capite\_nobis.wav).

Avant de comparer les gammes de Pythagore et de Zarlino, il serait bon de se demander pourquoi on a besoin d'une gamme. On éclaire les données du problème si l'on compare les ambitus qui caractérisent l'oreille et l'œil humains :

- Dans le cas de l'œil, le spectre visible s'étale sur moins d'une octave, allant de 4300 THz (cas de l'extrême violet) à 7500 THz (cas du rouge extrême), soit moins d'une octave. Le phénomène de transposition à l'octave n'existe donc pas en optique puisque les lumières de fréquences doublées sont invisibles par l'œil humain. En compensation, le peintre dispose d'une palette continue de couleurs pour couvrir cet intervalle étroit : aucune pixellisation n'est nécessaire qui restreindrait ses choix de couleurs, d'où toutes les nuances sont permises dans l'intervalle autorisé. En infographie moderne, cette continuité est néanmoins remplacée par une pixellisation extrêmement fine reposant sur le code RVB, qui répartit linéairement, entre 0 et 255 (ce qui demande 8 bits), les composantes de rouge, de vert et de bleu. 256 nuances de rouge, de vert ou de bleu, c'est d'ailleurs trop car cela dépasse les possibilités de discernement de l'œil mais pour les informaticiens un codage sur 3 fois 8 bits est commode.

- Le cas de l'oreille est très différent car elle est sensible sur une plage de fréquences beaucoup plus large, couvrant au moins 10 octaves dont 7 sont régulièrement utilisées (Le piano couvre par exemple une plage de fréquences s'étalant entre 27 et 4200 Hz environ). C'est à cause de cette grande étendue qu'une pixellisation (donc une gamme) est nécessaire pour couvrir l'échelle des fréquences sonores. Elle doit, en outre, tenir compte du fait que la perception de l'oreille n'est pas linéaire en fréquences mais logarithmique : on signifie par là que pour que des intervalles successifs sonnent égaux, ils doivent suivre une progression géométrique et non arithmétique. Autrement dit, si deux sons à la quinte se suivent mélodiquement avec les fréquences, la = 440 Hz et mi = 660 Hz, et qu'on les transpose une octave plus haut, c'est le rapport 3/2 des fréquences qu'il faut conserver et non leur différence, 220 Hz.

Comment réalise-t-on la pixellisation des fréquences selon que l'on suit les recommandations de Pythagore ou de Zarlino, voilà le problème qui va maintenant nous occuper. Dans les deux cas, on scinde les tâches : on commence par partitionner une octave de référence puis on tente d'étendre la partition aux octaves voisines.

1. La gamme de Pythagore repose évidemment sur le cycle des quintes : au départ d'une note de fréquence f, qui sert de référence, on définit une deuxième note à la quinte montante, de fréquence 3/2f, puis une troisième qui est à la quinte suivante, 9/4f. On constate que la fréquence de cette nouvelle quinte sort déjà de l'octave de référence puisque 9/4>2. On ramène alors cette note dans l'octave de référence en divisant sa fréquence par deux, ce qui revient à remplacer la quinte réelle par une quinte fictive, située une octave plus bas. Si on empile, de cette façon, 20 quintes ramenées à une octave unique, on définit un ensemble de 21 notes allant de fa*b* à si*#*, soit trois répétitions du fameux cycle des quintes fa, do, sol, ré, la, mi, si, d'abord bémolisées, puis naturelles et enfin diésées. Ces 21 notes (3 x 7), faites uniquement de quintes et d'octaves, sont présumées consonantes au motif que, par contagion, les amis de mes amis sont aussi mes amis.

La gamme ainsi définie est encore d'actualité en ce qui concerne les instruments à cordes, qui sont normalement accordés selon le cycle des quintes réelles :

- Dans le cas du violoncelle, la corde la plus grave donne à vide le do2 vibrant à 65.4 Hz. Les cordes suivantes donnent le sol2 vibrant à 98 Hz, puis le ré3 vibrant à 146.8 Hz et enfin le la3 vibrant à 220 Hz. Dans chaque cas, il existe bien un rapport de quinte, 3/2, entre les fréquences de vibrations des cordes successives.

- C'est pareil pour le violon dont les cordes à vide donnent successivement les notes sol3, ré4, la4 (440 Hz, le fameux "la" de référence dans la convention internationale) et mi5. Ces notes sol, ré, la et mi sont communes aux quatre tonalités majeures, fa M, do M, sol M et ré M ainsi qu'aux tonalités mineures relatives, ré m, la m, mi m et si m, et il ne faut pas chercher ailleurs la raison de l'abondance des grands concertos romantiques écrits dans ces 8 tonalités (En particulier, les célèbres ré M de Beethoven, Brahms et Tchaïkovsky ou le mi m de Mendelssohn. Il existe cependant quelques rares concertos pour violon écrits dans des tonalités inusitées, c'est le cas du second concerto de Schostakovitch qui est en ut dièse mineur). C'est le début du rarement joué fa M de Benjamin Britten, que je vous propose à présent, joué par Lydia Mordkovitch & le BBC so dirigé par Richard Hickox (Ex8\_Britten\_Conc.Violon.wav).

Le violon n'a pas toujours été accordé par quintes réelles successives : à l'époque baroque, outre que le diapason était situé environ 1/2 ton plus bas, certaines partitions exigeaient des accordages différents, par quartes ou par tierces, un procédé connu sous le nom de Scordatura. Le recueil des 15 Sonates du Rosaire de Heinrich Franz Biber (1644-1704) constituent un exemple extrême de ce procédé, chaque sonate exigeant un accordage différent. Voici l'extravagante, Sonate n°11, dite la Résurrection, dans l'interprétation de Reinard Goebel (Ex9\_Biber\_Sonate11.wav).

2. Après la gamme de Pythagore, voyons celle de Zarlino. Elle repose sur un principe différent. Certes elle conserve l'octave et la quinte car ce sont les intervalles qui partagent un maximum d'harmoniques de rangs 2 et 3. Mais les physiciens ont suggéré qu'il n'y avait aucune raison de s'arrêter en si bon chemin et qu'il y avait lieu de s'intéresser également aux harmoniques de rangs plus élevés, c'est la théorie de la fusion des harmoniques. Le rang 4 n'apporte rien de neuf puisqu'une note de fréquence quadruple n'est jamais que l'octave de l'octave. Par contre au rang 5, on retrouve la tierce majeure qui avec son rapport 5/4 correspond à une fréquence quintuple abaissée de deux octaves.

Cette gamme naturelle semblait idéale puisqu'elle rendait pures les octaves, les quintes et les tierces - donc l'accord parfait qui les superpose - et que c'était tout ce que l'église romaine souhaitait. Pourtant, cette pureté avait inévitablement un prix qui peut surprendre : la justesse des tierces entraîne un chant lisse dont l'angélisme finit par lasser. Les musiques de Palestrina ou de Victoria usent - les mauvaises langues disent abusent - de ces tierces qui se satisfont de leur pureté, comme dans ce Gloria extrait de la Missa Brevis de Palestrina. Il est chanté par les Tallis Scholars dirigés par Peter Philips (Ex10\_Palestrina\_Gloria.wav). Ces tierces sont décidément trop pures. Or l'histoire de la musique a montré que non seulement l'oreille s'habitue aux dissonances mais encore qu'elle les souhaite du moment que la tension qu'elles génèrent trouvent une résolution consonante. C'est ce mécanisme de tension-détente qui s'est avéré le moteur le plus sûr du développement de la musique classique. Les dissonances contrôlées sont comme autant d'épices qui relèvent la saveur d'un plat et on peut comprendre que l'Eglise désapprouvait cette pratique hédoniste. Par bonheur, l'histoire de la musique n'a suivi très longtemps ses recommandations.

Que l'on adopte le point de vue de Pythagore ou celui des physiciens, la construction d'une gamme acceptable n'est pas terminée pour autant car il ne suffit pas de partitionner l'octave de référence, il faut encore étendre cette partition aux octaves voisines.

Tout serait simple si à un moment de la partition de l'octave, on tombait sur la note de fréquence double de la note initiale : on pourrait repartir de cette note et recommencer la même partition une octave plus haut. Malheureusement cela ne se produit jamais : quoi qu'on fasse, les quintes sont légèrement trop grandes d'un centième de ton pour s'ajuster à l'octave et d'un peu plus du double pour s'adapter à la tierce exacte. Et si l'on n'agit pas, cela a deux conséquences désastreuses :

- D'une octave à l'autre, les notes justes se multiplient à l'infini. Passe encore pour les instruments à sons mobiles, comme le violon, pour lesquels la technique de l'instrumentiste peut ajuster la note mais, pour les instruments à sons fixes, comme le piano, on bute sur une impossibilité pratique car il n'est guère envisageable de dépasser la norme actuelle de 88 touches par clavier.

- Mais il y a plus grave : d'une octave à l'autre, les écarts entre les notes ne sont pas respectés. Dit plus savamment : le schéma des notes justes n'est pas invariant par translation. Et cela a pour conséquence inadmissible que la transposition et la modulation dans une autre tonalité deviennent de véritables casse-têtes.

Il faut s'en faire une raison, la gamme périodique qui respecterait les quintes et les tierces parfaites n'existe pas, d'où l'idée s'est imposée de tricher un peu. Les quintes pythagoriciennes étant trop un peu longues, on peut tenter de les raboter, par-ci par-là, le terme exact est tempérer. Les théoriciens de l'époque baroque ont inventé toutes sortes de tempéraments dont certains se sont avérés meilleurs que d'autres, c'est-à-dire jouables dans toutes les tonalités majeures et mineures, tout en conservant une belle sonorité. C'est à eux que J-S Bach pensait lorsqu'il a écrit son Clavier bien tempéré, sans toutefois préciser le tempérament qu'il recommandait. Un bon tempérament baroque ne manque pas de charme et je ne résiste pas au plaisir de vous faire entendre celui que le facteur Anthony Sidey a proposé à la claveciniste Blandine Verlet dans son enregistrement du 7ème Ordre des pièces de François Couperin. J'en ai extrait la pièce introductive, intitulée La Ménetou (Ex11\_Couperin\_La\_Menetou.wav).

C'est un sous-produit bien connu de la Révolution française, d'avoir rationalisé un ensemble d'usages disparates dont les plus connus concernaient les poids et mesures. Le moment était venu de mettre également un peu d'ordre dans la pagaille des tempéraments musicaux qui coexistaient par dizaines. L'adoption d'un tempérament universel s'est avérée d'autant plus nécessaire que se développait la musique pour grands ensembles instrumentaux. Une solution radicalement simple s'est imposée, vers 1800, c'est le tempérament égal, qui partage l'octave en 12 intervalles identiques. Il n'a cependant été complètement effectif que vers 1850 (Beethoven était mort depuis 23 ans !), le temps que les facteurs et les accordeurs se mettent ... d'accord. Parmi tous les tempéraments envisageables, il est, en effet, resté longtemps un des plus difficile à régler, précisément par ce qu'aucun de ses intervalles n'étant rigoureusement exact, l'accordage par l'ouïe, traditionnellement basé sur l'écoute des battements, est restée problématique jusqu'à l'avènement du diapason électronique.

En tempérament égal, toutes les quintes sont raccourcies d'un centième de ton. Certes, plus aucun intervalle hormis l'octave n'est parfaitement juste mais la plupart le sont avec une bonne approximation, les plus faux ne l'étant que d'un treizième de ton.

Le piano est le premier instrument à avoir adopté le tempérament égal (à quelques subtilités près qui concernent le registre suraigu) : il l'a fait avec d'autant plus de facilité que l'intensité du son produit permettait d'en masquer les imperfections harmoniques.

Le grand avantage du tempérament égal est qu'il propose une gamme invariante par translation de notes. Dès lors, il résout instantanément tous les problèmes de transpositions et de modulations. Par contre, il présente l'inconvénient que toutes les tonalités majeures (ou mineures) sonnent pareillement, à un intervalle constant de distance. De fait, contrairement à ce qui se passe avec le violon ou le violoncelle, on trouve des concertos pour piano dans la plupart des tonalités.

Le tempérament égal a fini par s'imposer comme le meilleur compromis possible entre justesse et transposition. Précisons toutefois qu'il existe deux domaines musicaux qui refusent le tempérament égal :

- Les musiciens qui jouent d'un instrument à son variable, y compris la voix, suivent leur instinct et tous sont d'accord pour respecter le cycle des quintes. Vous aurez beau leur expliquer que la gamme des physiciens est plus naturelle, ils n'en veulent pas, cela a été vérifié maintes fois lors d'expériences sur la justesse des sons, menées en chambre d'écoute.

- En musique ancienne, les interprètes demeurent attachés au choix d'un bon tempérament inégal, garant du raffinement sonore. Pour eux le tempérament égal est une parfaite hérésie.

Pour fermer la boucle, revenons un instant aux quintes parallèles si appréciées au Moyen-Age : elles sont tombées en sévère disgrâce dans l'enseignement dispensé au 19ème siècle, au point de se trouver purement et simplement interdites dans les ouvrages théoriques. Au-delà de l'ambiguïté tonale que les deux voix entretiennent, on leur a surtout reproché leur trop grande justesse d'où s'installe une paresse harmonique peu compatible avec l'idée de progrès en musique (c'est, au fond, l'histoire des tierces trop pures de Zarlino qui se répète). Il est juste de préciser que tous les théoriciens n'ont pas été aussi sévères avec les quintes parallèles : Charles Koechlin a contribué à les réhabiliter auprès des impressionnistes français qui en ont souvent dissimulé l'usage dans leurs oeuvres pianistiques. Plus près de nous, le compositeur estonien, Arvo Pärt, a rencontré un succès évident auprès d'un large public en mélangeant sans complexe quintes, quartes et tierces parallèles, dans une musique d'inspiration clairement médiévale. En voici un exemple caractéristique : deux extraits enchaînés des Sieben Magnificat-Antiphonen, interprétés par le chœur de chambre Versija, dirigé par Juris Vaivods (Ex12\_Part\_OWesisheit.wav).

Le moment est venu de conclure; personne ne conteste raisonnablement que la théorie mais aussi la pratique musicales doivent reposer sur les lois de l'acoustique physique auxquelles il y a certainement lieu d'ajouter celles ayant trait à la physiologie de l'oreille. Cette intrusion des sciences dans le domaine de la musique n'est pas toujours appréciée par les musiciens qui n'en voient pas forcément l'utilité. Ils lui préfèrent l'exercice de leur instinct musical au service du beau son acoustique, une notion hélas souvent dédaignée par nos contemporains mais cela est une autre histoire, qui mériterait un exposé séparé. En attendant, vous reprendrez bien un petit coup de ce voluptueux clavecin Henri Hemsch, daté de 1751, que joue Blandine Verlet; il devrait être prescrit à tous nos concitoyens dans le cadre d'une campagne de sensibilisation ORL à la justesse de l'audition : voici la pièce qui conclut le 7ème Ordre de François Couperin, elle est intitulée "Les Amusements". (Ex13\_Couperin\_Les\_Amusements.wav).

Référence concernant les gammes et tempéraments : Jacques Chailley (1910-1999) : Formation et transformation du langage musical. Intervalles et échelles (Leçons dispensées en Sorbonne).

Détails : http://www.physinfo.org/chroniques/arithmetique.html